Section creuse

Préambule

Les questions posées au CTICM dans le cadre de l'assistance technique montrent que le calcul des contraintes de cisaillement dans une section transversale de poutre n'est pas toujours bien maîtrisé par les calculateurs des bureaux d'études.

Nous proposons donc de présenter la formule générale permettant de calculer les contraintes de cisaillement dans une section et d'en tirer les formules pratiques pour les cas suivants :

- section rectangulaire creuse
- section circulaire creuse.

Pour les sections rectangulaires et circulaires pleines, nous vous invitons à consulter l'article : [ici]

Rappel de l'expression générale

La contrainte de cisaillement élastique (ou contrainte tangentielle) τ peut être déterminée en un point d'une section quelconque soumise à un effort tranchant suivant l'axe z-z, en utilisant l'expression suivante (voir Figure n°1) :

$$\tau(z') = \frac{V_z\, S_y(A')}{b\, I_y}$$

où :

z' est la distance du bord supérieur de la section au point considéré ;

V_z est l'effort tranchant agissant sur la section étudiée ;

b est la largeur de la section au niveau du point considéré ;

S_y est le moment statique par rapport à l'axe y-y de la zone A' de la section située au-dessus du point considéré ;

I_y est le moment d'inertie de flexion par rapport à l'axe y-y de la section **complète**.

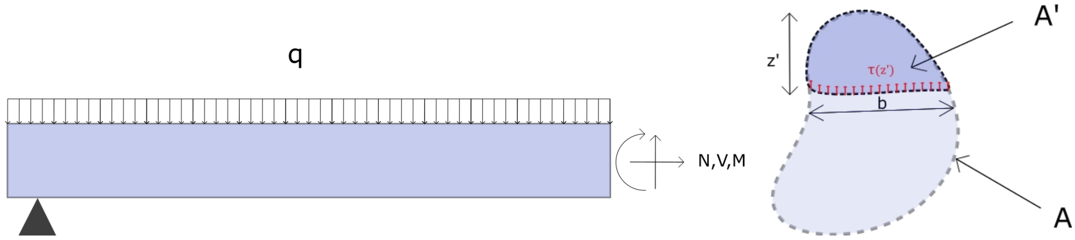

Figure n°1

Remarque : à largeur de section égale, la contrainte de cisaillement est maximale au niveau du centre de gravité.

Principe de réciprocité – Théorème de Cauchy

Par application du principe de réciprocité, ou théorème de Cauchy, on déduit que la contrainte de cisaillement perpendiculaire aux bords de la section est nulle. Voir la Figure n°2.

Figure n°2

Cas n°1 : Cas d'une section rectangulaire creuse

Hypothèses

Considérons une section en caisson soudé 200 x 200 x 5 soumise à un effort tranchant vertical V_z = 190 kN.

Les caractéristiques de la section sont les suivantes :

h = 200 mm

b = 200 mm

t = 5 mm

I_y = 2 473 x 10^4 mm^4

Contraintes de cisaillement dans les semelles

Effectuons une coupe verticale parallèlement à l'axe z-z à une distance y. Voir Figure n°3.

Figure n°3 : Coupure dans la semelle supérieure d'une section rectangulaire creuse

Le moment statique par rapport à l'axe y-y de la coupe est égale à

$$S_y(A') = ty(h-t) \; pour \; y \leq \frac{b}{2}$$

et donc

$$\tau(y') = \frac{V_z S_y(A')}{2tI_y} = \frac{V_z y(h-t)}{2I_y}$$

$$\tau_{max} = \tau\left(y = \frac{b}{2}\right) = \frac{V_z b(h-t)}{4I_y} = \frac{190 \times 10^3 \times 200 \times (200-5)}{4 \times 2\,473 \times 10^4} = 74{,}9 \; MPa$$

Contraintes de cisaillement dans l'âme

Effectuons une coupe horizontale parallèle à l'axe y-y à une distance z' du bord supérieur de la section. Voir Figure n°4.

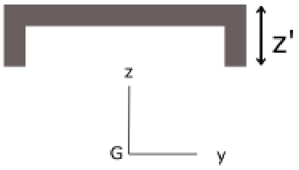

Figure n°4 : Coupure dans les âmes d'une section rectangulaire creuse

Le moment statique par rapport à l'axe y-y de la coupe est égal à :

$$S_y(A') = t(b-2t)\left(\frac{h}{2}-\frac{t}{2}\right) + z't(h-z')$$

et donc :

$$\tau(z') = \frac{V_z S_y(A')}{2tI_y}$$

$$\tau_{max} = \tau\left(z' = \frac{h}{2}\right) = \frac{V_z\left((b-2t)(h-t)+\frac{h^2}{2}\right)}{4I_y}$$

$$= \frac{190 \times 10^3 \times ((200-2\times 5)(200-5)+\frac{200^2}{2}}{4 \times 2473 \times 10^4} = 110\ MPa$$

Le diagramme des contraintes de cisaillement est représenté à la Figure n°5.

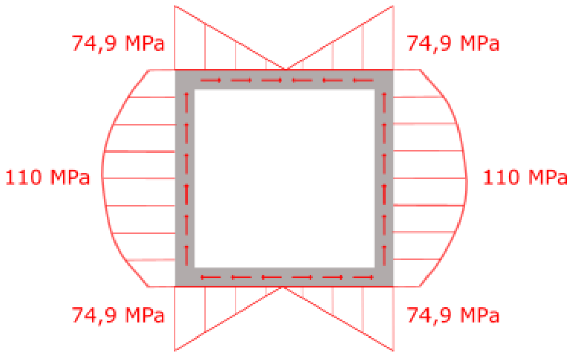

Figure n°5 : Diagramme des contraintes de cisaillement

Cas n°2 : Cas d'une section creuse circulaire

Hypothèses

Considérons un tube rond 133 x 5 soumis à un effort tranchant vertical V_z = 90 kN.

Les caractéristiques de la section sont les suivantes :

D = 133 mm

t = 5 mm

I_y = 412 x 10^4 mm^4

Contraintes de cisaillement à une distance z' du centre

Effectuons une coupe horizontale située à une distance *z'* du bord supérieur de la section. Voir Figure n°6.

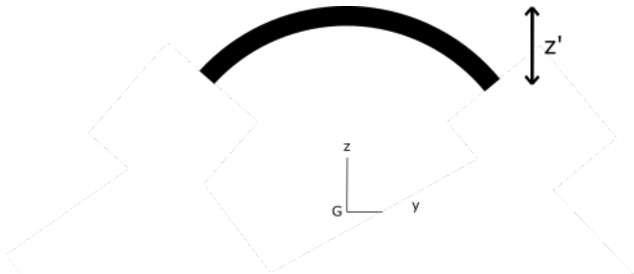

Figure n°6 : Section transversale circulaire creuse

Le moment statique par rapport à l'axe y-y de la coupe est égale à

$$S_y(A') = 2Rt\sqrt{2Rz' - z'^2}$$

et donc :

$$\tau(z') = \frac{V_z S_y(A')}{2tI_y} = \frac{V_z R\sqrt{2Rz' - z'^2}}{I_y}$$

$$\tau_{max} = \tau(x = R) = \frac{V_z R^2}{I_y} = \frac{90 \times 10^3 \times \left(\frac{133}{2}\right)^2}{412 \times 10^4} = 96{,}6\ MPa$$

Le diagramme des contraintes de cisaillement est représenté à la Figure n°7.

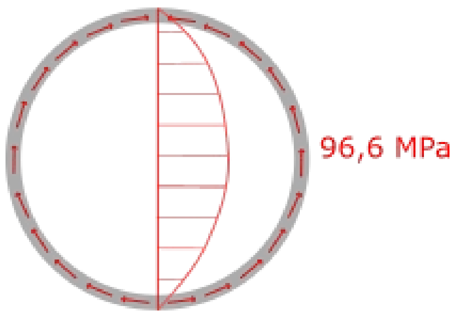

Figure n°7 : Diagramme des contraintes de cisaillement