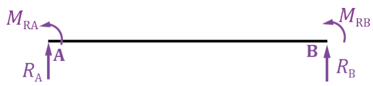
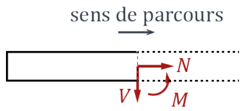
Formulaire résistance des matériaux – Calcul des poutres

Hypothèses et conventions

- Les sollicitations internes sont définies comme agissant de la partie à droite de la coupure sur la partie à gauche ;
- Les conventions de signe pour les réactions sont:
  - forces verticales positives orientées vers le haut ;
  - moments positifs dans le sens trigonométrique.



- Le repère local pour la position des sections et le calcul de la flèche est indiqué sur chaque figure ;
- Les conventions de signe pour les sollicitations internes sont :
  - effort normal positif dans le sens x local positif ;
  - effort tranchant positif dans le sens y local positif ;
  - moment fléchissant positif dans le sens trigonométrique.



- Les conventions de signe pour les diagrammes sont indiquées sur chaque figure.

Configurations traitées

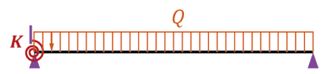
- Poutres isostatiques à une travée sur deux appuis (série Axx) ;
- Poutres isostatiques à deux travées sur deux appuis (série ACxx) ;
- Poutres hyperstatiques bi-encastrées (série Bxx) ;
- Poutres isostatiques en console (série Cxx) ;
- Poutres hyperstatiques à une travée encastrées-appuyées (série Dxx) ;
- Poutres hyperstatiques à deux travées, encastrées-appuyées (série DCxx).

Pour chaque configuration, le formulaire donne généralement :

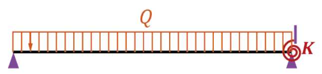
- Les réactions aux appuis ;
- L'effort tranchant et le moment fléchissant le long de la poutre ;
- La position et la valeur du moment maximal ;
- La déformée en flexion ;
- La flèche verticale en diverses sections, y compris la flèche maximale ;
- Les rotations au droit des sections singulières, le cas échéant ;
- L'énergie de déformation en flexion.

POUTRES SUR 2 APPUIS AVEC RESTREINTES ELASTIQUES

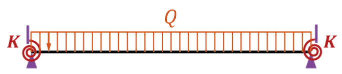
K01



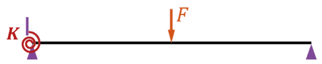
K02



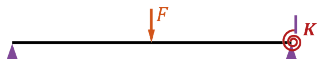
K03



K04

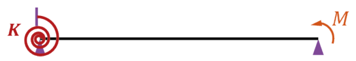


K05



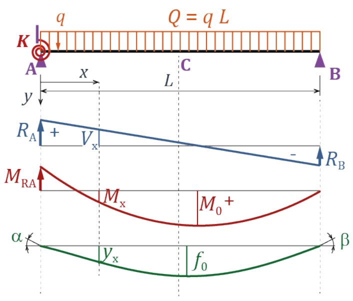
K06

K07



$\xi = x/L$	Position relative	$y(x)$	Déformée élastique en flexion
R_A, R_B	Réactions (efforts verticaux) aux appuis	f	Flèche
M_{RA}, M_{RB}	Réactions (moments) aux appuis	f_0	Flèche maximale
V	Effort tranchant	α, β	Déformations angulaires
M	Moment fléchissant	W_d	Energie de déformation élastique en flexion
M_0	Moment fléchissant maximal		

K01



$$Q = q\,L$$

$$k = \frac{K\,L}{3\,EI} \qquad \varepsilon = \frac{k}{k+1}$$

$$\psi_1 = \frac{5\,k+4}{8\,(k+1)} \qquad \psi_2 = \frac{3\,k+4}{8\,(k+1)}$$

$$R_A = \psi_1\,Q \qquad R_B = \psi_2\,Q$$

$$M_{RA} = \varepsilon\,\frac{Q\,L}{8}$$

$$V(x) = Q\left(\psi_1 - \frac{x}{L}\right)$$

$$M(x) = \frac{Q}{8\,L}\,(L-x)(4\,x - \varepsilon\,L)$$

$$M_A = -\varepsilon\,\frac{Q\,L}{8} \qquad M_C = \frac{Q\,L}{16}(2-\varepsilon)$$

$$M_0 = \frac{Q\,L}{8}\left(\frac{\varepsilon}{4} - 1\right)^2 \quad \text{pour } x_0 = \frac{L}{2}\left(1 + \frac{\varepsilon}{4}\right)$$

$$f_C = \frac{5}{384}\,\frac{QL^3}{EI}\left(1 - \frac{3}{5}\,\varepsilon\right)$$

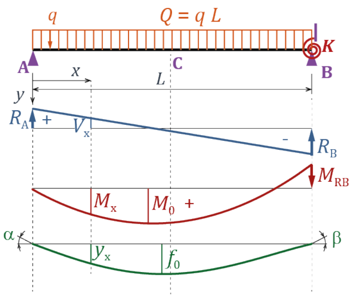
$$f_0 \approx \frac{5}{384}\,\frac{QL^3}{EI}\,(1 - 0{,}5826\,\varepsilon)$$

$$\tan\beta = \frac{Q\,L^2}{48\,EI}\,(\varepsilon - 2)$$

$$\tan\alpha = \frac{Q\,L^2}{24\,EI}\,(1 - \varepsilon)$$

$$y(x) = \frac{Q}{48\,EI\,L}\,x\,(L-x)[2\,(1-\varepsilon)\,L^2 + (2+\varepsilon)\,L\,x - 2\,x^2]$$

K02



$$Q = q\,L$$

$$k = \frac{K\,L}{3\,EI} \qquad \varepsilon = \frac{k}{k+1}$$

$$\psi_1 = \frac{5\,k+4}{8\,(k+1)} \qquad \psi_2 = \frac{3\,k+4}{8\,(k+1)}$$

$$R_A = \psi_2\,Q \qquad R_B = \psi_1\,Q$$

$$M_{RB} = -\varepsilon\,\frac{Q\,L}{8}$$

$$V(x) = Q\left(\psi_2 - \frac{x}{L}\right)$$

$$M(x) = \frac{Q}{8\,L}\,x\,((4-\varepsilon)\,L - 4\,x)$$

$$M_B = -\varepsilon\,\frac{Q\,L}{8} \qquad M_C = \frac{Q\,L}{16}(2-\varepsilon)$$

$$M_0 = \frac{Q\,L}{8}\left(\frac{\varepsilon}{4} - 1\right)^2 \quad \text{pour } x_0 = \frac{L}{2}\left(1 - \frac{\varepsilon}{4}\right)$$

$$f_C = \frac{5}{384}\,\frac{QL^3}{EI}\left(1 - \frac{3}{5}\,\varepsilon\right)$$

$$f_0 \approx \frac{5}{384}\,\frac{QL^3}{EI}\,(1 - 0{,}5826\,\varepsilon)$$

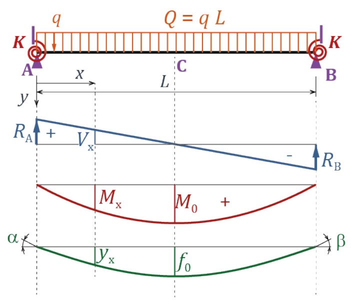
$$\tan\beta = \frac{Q\,L^2}{24\,EI}\,(\varepsilon - 1)$$

$$\tan\alpha = \frac{Q\,L^2}{48\,EI}\,(2 - \varepsilon)$$

$$y(x) = \frac{Q}{48\,EI\,L}\,x\,(L-x)[(2-\varepsilon)\,(L+x)\,L - 2\,x^2]$$

$\xi = x/L$	Position relative	$y(x)$	Déformée élastique en flexion
R_A, R_B	Réactions (efforts verticaux) aux appuis	f	Flèche
M_{RA}, M_{RB}	Réactions (moments) aux appuis	f_0	Flèche maximale
V	Effort tranchant	α, β	Déformations angulaires
M	Moment fléchissant	W_d	Energie de déformation élastique en flexion
M_0	Moment fléchissant maximal		

K03



$$Q = q\,L$$

$$k = \frac{K\,L}{2\,EI} \qquad \varepsilon = \frac{k}{k+1}$$

$$R_A = R_B = Q/2$$

$$M_{RA} = -M_{RB} = \varepsilon\,\frac{Q\,L}{12}$$

$$V(x) = \frac{Q}{2\,L}\,(L - 2\,x)$$

$$M(x) = \frac{Q}{2\,L}\,x\,(L-x) - \varepsilon\,\frac{Q\,L}{12}$$

$$M_A = M_B = -\varepsilon\,\frac{Q\,L}{12}$$

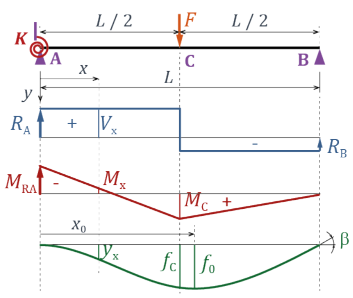
$$M_0 = M_C = \frac{Q\,L}{24}\,(3 - 2\,\varepsilon)$$

$$f_C = f_0 = \frac{5}{384}\,\frac{QL^3}{EI}\left(1 - \frac{4}{5}\,\varepsilon\right)$$

$$\tan\alpha = -\tan\beta = (1-\varepsilon)\,\frac{Q\,L^2}{24\,EI}$$

$$y(x) = \frac{Q}{24\,EI\,L}\,x\,(L-x)[(1-\varepsilon)\,L^2 + L\,x - x^2]$$

K04



$$k = \frac{K\,L}{3\,EI} \qquad \varepsilon = \frac{k}{k+1} \qquad \psi = \frac{3}{8}\,\varepsilon$$

$$R_A = \frac{F}{2}(1+\psi) \qquad R_B = \frac{F}{2}(1-\psi)$$

$$M_{RA} = \psi\,\frac{F\,L}{2}$$

$$V_{AC}(x) = \frac{F}{2}\,(\psi + 1)$$

$$V_{CB}(x) = \frac{F}{2}\,(\psi - 1)$$

$$f_C = \frac{F\,L^3}{48\,EI}\left(1 - \frac{9}{16}\,\varepsilon\right)$$

$$f_0 \approx \frac{F\,L^3}{48\,EI}\,(1 - 0{,}5528\,\varepsilon)$$

$$M_{AC}(x) = \frac{F}{2}\,[x - \psi\,(L-x)]$$

$$M_{CB}(x) = \frac{F}{2}\,(1-\psi)(L-x)$$

$$M_A = -\psi\,\frac{F\,L}{2}$$

$$M_C = \frac{F\,L}{4}\,(1-\psi)$$

$$\tan\alpha = \frac{F\,L^2}{16\,EI}(1-\varepsilon)$$

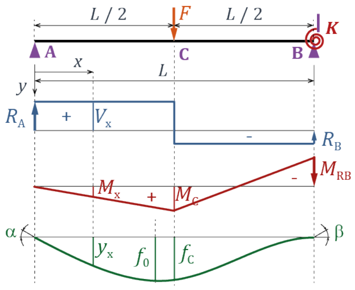
$$\tan\beta = -\frac{F\,L^2}{32\,EI}(2-\varepsilon)$$

$$y_{AC}(x) = \frac{F}{48\,EI}\,x\,[3\,(1-\varepsilon)\,L^2 + 12\,\psi\,L\,x - 4\,(\psi+1)\,x^2]$$

$$y_{CB}(x) = \frac{F}{48\,EI}\,(L-x)\,[4\,(1-\psi)(2\,L-x)\,x - L^2]$$

$\xi = x/L$	Position relative	$y(x)$	Déformée élastique en flexion
R_A, R_B	Réactions (efforts verticaux) aux appuis	f	Flèche
M_{RA}, M_{RB}	Réactions (moments) aux appuis	f_0	Flèche maximale
V	Effort tranchant	α, β	Déformations angulaires
M	Moment fléchissant	W_d	Energie de déformation élastique en flexion
M_0	Moment fléchissant maximal		

K05



$$k = \frac{K\,L}{3\,EI} \qquad \varepsilon = \frac{k}{k+1} \qquad \psi = \frac{3}{8}\,\varepsilon$$

$$R_A = \frac{F}{2}(1-\psi) \qquad R_B = \frac{F}{2}(1+\psi)$$

$$M_{RB} = -\psi\,\frac{F\,L}{2}$$

$$V_{AC}(x) = \frac{F}{2}\,(1-\psi)$$

$$V_{CB}(x) = -\frac{F}{2}\,(1+\psi)$$

$$f_C = \frac{F\,L^3}{48\,EI}\left(1-\frac{9}{16}\,\varepsilon\right)$$

$$f_0 \approx \frac{F\,L^3}{48\,EI}\,(1-0{,}5528\,\varepsilon)$$

$$M_{AC}(x) = \frac{F}{2}\,(1-\psi)\,x$$

$$M_{CB}(x) = \frac{F}{2}\,[L-(1+\psi)\,x]$$

$$M_A = -\psi\,\frac{F\,L}{2}$$

$$M_C = \frac{F\,L}{4}\,(1-\psi)$$

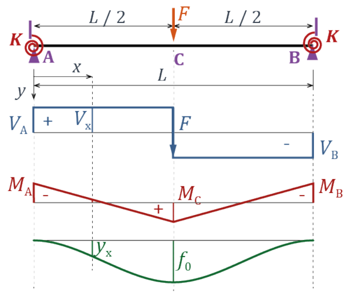
$$\tan\alpha = \frac{F\,L^2}{32\,EI}(2-\varepsilon)$$

$$\tan\beta = -\frac{F\,L^2}{16\,EI}(1-\varepsilon)$$

$$y_{AC}(x) = \frac{F}{48\,EI}\,x\,[(3-4\,\psi)\,L^2 - 4\,(1-\psi)\,x^2]$$

$$y_{CB}(x) = \frac{F}{48\,EI}\,(L-x)\,[4\,(2-\psi)L\,x - L^2 - 4\,x^2]$$

K06



$$k = \frac{K\,L}{2\,EI} \qquad \varepsilon = \frac{k}{k+1}$$

$$R_A = R_B = \frac{F}{2}$$

$$M_{RA} = -M_{RB} = \varepsilon\,\frac{F\,L}{8}$$

$$V_{AC}(x) = \frac{F}{2}$$

$$V_{CB}(x) = -\frac{F}{2}$$

$$M_{AC}(x) = \frac{F}{2}\left(x - \varepsilon\,\frac{L}{4}\right)$$

$$M_{CB}(x) = \frac{F}{2}\,\left(L\,\left(1-\frac{\varepsilon}{4}\right) - x\right)$$

$$M_A = M_A = -\varepsilon\,\frac{F\,L}{8}$$

$$M_C = \frac{F\,L}{4}\,\left(1-\frac{\varepsilon}{2}\right)$$

$$f_C = f_0 = \frac{F\,L^3}{48\,EI}\left(1-\frac{3}{4}\,\varepsilon\right)$$

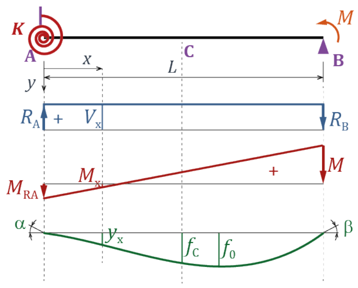
$$\tan\alpha = -\tan\beta = \frac{F\,L^2}{16\,EI}(1-\varepsilon)$$

$$y_{AC}(x) = \frac{F}{48\,EI}\,x\,[3\,(1-\varepsilon)\,L^2 + 3\,\varepsilon\,L\,x - 4\,x^2]$$

$$y_{CB}(x) = \frac{F}{48\,EI}\,(L-x)\,[-4\,x^2 + (8-3\,\varepsilon)\,L\,x - L^2]$$

$\xi = x/L$	Position relative	$y(x)$	Déformée élastique en flexion
R_A, R_B	Réactions (efforts verticaux) aux appuis	f	Flèche
M_{RA}, M_{RB}	Réactions (moments) aux appuis	f_0	Flèche maximale
V	Effort tranchant	α, β	Déformations angulaires
M	Moment fléchissant	W_d	Energie de déformation élastique en flexion
M_0	Moment fléchissant maximal		

K07



$$k = \frac{K\,L}{3\,EI} \qquad \varepsilon = \frac{k}{k+1}$$

$$R_A = -R_B = (2+\varepsilon)\,\frac{M}{2\,L}$$

$$M_{RA} = \varepsilon\,\frac{M}{2}$$

$$V(x) = (2+\varepsilon)\,\frac{M}{2\,L}$$

$$\tan\alpha = (1-\varepsilon)\,\frac{M\,L}{6\,EI}$$

$$M(x) = \frac{M}{2\,L}\,\big((2+\varepsilon)\,x - \varepsilon\,L\big)$$

$$M_A = -\varepsilon\,\frac{M}{2}$$

$$f_C = (2-\varepsilon)\,\frac{M\,L^2}{32\,EI}$$

$$f_0 \approx \left(1 - \frac{11}{27}\varepsilon\right)\frac{M\,L^2}{16\,EI}$$

$$\tan\beta = -(4-\varepsilon)\,\frac{M\,L}{12\,EI}$$

$$y(x) = \frac{M}{48\,EI\,L}\,x\,(L-x)(8\,(1-\varepsilon)\,L + 4\,(2+\varepsilon)\,x)$$