

Déversement d'une poutre partiellement maintenue au gauchissement sur appuis

Cet article présente un exemple de vérification vis-à-vis du déversement, d'une poutre partiellement maintenue au gauchissement sur appuis. La vérification est effectuée selon la méthode du paragraphe 6.3.2.2 de la Partie 1-1 de l'Eurocode 3 (NF EN 1993-1-1 [1]).

L'étude du déversement d'une poutre réalisée en supposant le gauchissement totalement bloqué à ses extrémités requiert des dispositions constructives adéquates. Cet article traite une situation intermédiaire où des maintiens au gauchissement sont présents sur appuis mais ne peuvent pas justifier d'encastremets vis-à-vis du gauchissement.

Données

L'exemple concerne la poutre à section uniforme et doublement symétrique de longueur $L = 6$ m représentée à la Figure 1. La poutre est supposée sur appuis à fourche : la rotation de torsion et le déplacement dans le plan perpendiculaire au plan de flexion sont bloqués aux extrémités alors que la rotation dans le plan perpendiculaire au plan horizontal est libre.

La poutre étudiée repose sur des appuis simples et présente des raidisseurs transversaux au droit de ses appuis. Elle est soumise à un chargement transversal uniformément réparti appliqué au centre de cisaillement des sections. Sous une combinaison d'actions ELU, la charge répartie a la valeur $q = 45$ kN/m, le moment fléchissant maximal est donc :

$$M_{y,Ed} = \frac{qL^2}{8} = 202,5 \text{ kN.m}$$

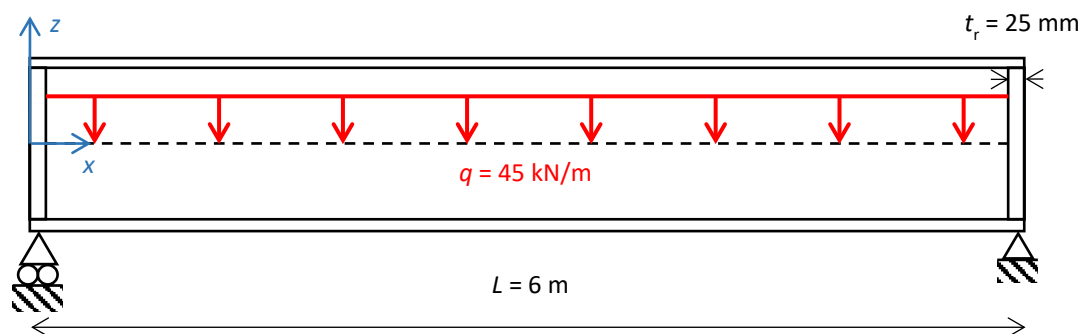


Figure 1 : Conditions de maintien et de chargement appliqués à la poutre

Les dimensions de la section transversales de la poutre, reconstituée par soudage, sont les suivantes :

- Semelles 180 mm × 15 mm ;
- Âme 535 mm × 6 mm.

Les caractéristiques de la section sont :

- $A = 86,10 \text{ cm}^2$

- $I_z = 1\,459\text{ cm}^4$
- $I_t = 42,4\text{ cm}^4$
- $I_w = 1,103 \times 10^6\text{ cm}^6$

La nuance de l'acier utilisé est S355. Sachant que $t_w < 40\text{ mm}$ et $t_f < 40\text{ mm}$, selon le Tableau 3.1 de l'Eurocode 3 Partie 1-1 [1], la limite d'élasticité est : $f_y = 355\text{ MPa}$.

Par ailleurs, la clause 6.1(1) de l'annexe nationale [2] utilisée en complément du paragraphe 6.1 de la norme nous donne les valeurs des coefficients partiels à utiliser :

$$\gamma_{M0} = \gamma_{M1} = 1,00$$

Classement de la section transversale

Conformément au Tableau 5.2 de l'Eurocode 3 Partie 1-1 [1], nous classons l'âme en flexion simple et la semelle en compression uniforme comme suit :

- $\left(\frac{c}{t}\right)_w = 89,2 \rightarrow 124\varepsilon = 101 \geq \left(\frac{c}{t}\right)_w \geq 83\varepsilon = 68$: l'âme est de Classe 3
- $\left(\frac{c}{t}\right)_f = 5,80 \rightarrow \left(\frac{c}{t}\right)_f \leq 10\varepsilon = 8,14$: la semelle comprimée est de Classe 1 ou 2

La section est de Classe 3.

Résistance de la section transversale à la flexion

La section étant de Classe 3, nous déterminons la résistance en flexion de la section en utilisant le module de résistance élastique qui vaut pour cet exemple :

- $W_{el,y} = 1717\text{ cm}^3$

La valeur de calcul de la résistance de la section transversale à la flexion simple autour de l'axe y-y est calculée selon l'expression (6.14) du paragraphe 6.2.5 de la norme :

$$M_{c,Rd} = \frac{W_{el,y}f_y}{\gamma_{M0}} = 609,4\text{ kN.m} > M_{y,Ed} = 202,5\text{ kN.m}$$

La condition (6.12) est satisfaite : la résistance de la section est vérifiée.

Détermination du moment critique de déversement élastique

La norme ne précise pas de méthode de calcul du moment critique de déversement élastique M_{cr} , nous utilisons alors les trois approches suivantes :

- Annexe M de l'annexe nationale française à l'Eurocode 3 Partie 1-1 [2] ;
- Référence [3] ;
- Logiciel LTBeamN.

Selon l'annexe nationale française [2] et la référence [3], le moment critique de déversement de la poutre étudiée est évalué à partir de l'expression (1), en considérant ici que :

- la rotation, dans le plan horizontal, des sections aux extrémités est libre ($k_z = 1,0$) ;
- la charge répartie est appliquée au centre de cisaillement ($z_g = 0$).

$$M_{cr} = C_1 \frac{\pi^2 EI_z}{L^2} \sqrt{\left(\frac{1}{k_w}\right)^2 \frac{I_w}{I_z} + \frac{GI_t L^2}{EI_z \pi^2}} \quad (1)$$

En négligeant les maintiens au gauchissement, l'Annexe Nationale Française [2] donne les valeurs suivantes du coefficient de gauchissement k_w et du coefficient C_1 :

- $k_w = 1,00$ lorsque le gauchissement est libre aux extrémités, et
 - $C_1 = 1,13$ puisque la poutre est sous une charge transversale uniformément répartie.
- Nous calculons le moment critique à partir de la formule (1) :

$$M_{cr, GL} = 1,13 \frac{\pi^2 210000 \times 1,46 \times 10^7}{6000^2 \times 10^6} \sqrt{\frac{1,103 \times 10^{12}}{1,46 \times 10^7} + \frac{\frac{210000}{2,6} \times 42,4 \times 10^5 \times 6000^2}{\pi^2 210000 \times 1,46 \times 10^7}}$$

$$= 323,80 \text{ kN.m}$$

La référence [3] propose des expressions pour k_w et C_1 en fonction de la raideur c_w des maintiens au gauchissement et du paramètre $(c_w L)/(EI_w)$, donnés par :

$$c_w = \frac{1}{3} G b t_r^3 h_s = \frac{1}{3} \times \frac{210000}{2,6} \times 180 \times 550 \times 25^3 = 41,65 \times 10^{12} \text{ N.mm}^3$$

Avec :

- G : module de cisaillement de l'acier ;
- h_s : distance entre centres de gravité des semelles ;
- t_r : épaisseur des raidisseurs d'extrémité.

$$\rightarrow \frac{c_w L}{EI_w} = \frac{41,65 \times 10^{12} \times 6000}{210000 \times 1,103 \times 10^{12}} = 1,079$$

Le coefficient de gauchissement k_w est calculé comme suit :

$$k_w = \sqrt{\frac{\pi^2 + \frac{8}{3} \frac{c_w L}{EI_w} + \left(\frac{1}{2} \frac{c_w L}{EI_w}\right)^2}{\pi^2 + \frac{20}{3} \frac{c_w L}{EI_w} + \left(\frac{c_w L}{EI_w}\right)^2}} = \sqrt{\frac{\pi^2 + \frac{8}{3} \cdot 1,079 + \left(\frac{1,079}{2}\right)^2}{\pi^2 + \frac{20}{3} \cdot 1,079 + (1,079)^2}} = 0,85$$

Le coefficient C_1 est déterminé à partir du paramètre ξ_3 prenant en compte l'influence des maintiens au gauchissement :

$$\xi_3 = \frac{123058 + 47499 \frac{c_w L}{EI_w} + 7324 \left(\frac{c_w L}{EI_w}\right)^2 + 543,4 \left(\frac{c_w L}{EI_w}\right)^3 + 16,50 \left(\frac{c_w L}{EI_w}\right)^4}{984463 + 379988 \frac{c_w L}{EI_w} + 59097 \left(\frac{c_w L}{EI_w}\right)^2 + 4572 \left(\frac{c_w L}{EI_w}\right)^3 + 157,9 \left(\frac{c_w L}{EI_w}\right)^4}$$

$$\rightarrow \xi_3 = \frac{123058 + 47499 \times 1,079 + 7324 \times 1,079^2 + 543,4 \times 1,079^3 + 16,50 \times 1,079^4}{984463 + 379988 \times 1,079 + 59097 \times 1,079^2 + 4572 \times 1,079^3 + 157,9 \times 1,079^4}$$

$$= 0,1249$$

$$C_1 = \frac{1,13}{\sqrt{8 \xi_3}} = \frac{1,13}{\sqrt{8 \times 0,1249}} = 1,13$$

Les maintiens en gauchissement ont une influence significative sur la valeur du coefficient de gauchissement, mais l'influence sur le paramètre C_1 est négligeable.

En utilisant le modèle analytique de la référence [3], le moment critique de déversement vaut :

$$M_{cr,[3]} = 1,13 \frac{\pi^2 210000 \times 1,46 \times 10^7}{6000^2 \times 10^6} \sqrt{\frac{1}{0,85^2} \frac{1,103 \times 10^{12}}{1,46 \times 10^7} + \frac{\frac{210000}{2,6} \times 42,4 \times 10^5 \times 6000^2}{\pi^2 210000 \times 1,46 \times 10^7}}$$

$$= 363,36 \text{ kN.m}$$

La prise en compte des maintiens au gauchissement permet d'augmenter significativement la valeur du moment critique de déversement : +12% par rapport au gauchissement libre.

Le logiciel LTBeamN permet le calcul du moment critique de déversement en tenant compte, le cas échéant, des ressorts en gauchissement de raideur $k_{\theta} = c_w = 41,65 \text{ kN.m}^3/\text{rad}$ aux deux extrémités de la poutre. La valeur du moment critique calculée par le logiciel est :

$$M_{cr,LTBN} = 362,21 \text{ kN.m}$$

On constate que l'écart avec le modèle analytique de la référence [3] est inférieur à 0,5%.

Pour la suite des calculs, nous retenons la valeur du moment critique déterminée d'après les propositions de la référence [3].

Calcul de l'élancement réduit pour le déversement $\bar{\lambda}_{LT}$

Le calcul de l'élancement réduit pour le déversement est donné au paragraphe 6.3.2.2 de l'Eurocode 3 Partie 1-1 [1] par l'expression (6.56) :

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{W_{el,y} f_y}{M_{cr[3]}}} = \sqrt{\frac{609,4}{363,4}} = 1,295$$

Choix de la courbe de déversement et calcul du facteur de réduction χ_{LT}

Conformément au Tableau 6.4 du paragraphe 6.3.2.2 de la norme, pour une section soudée telle que $h/b > 2$, nous retenons la courbe d pour le déversement. En accord avec l'annexe nationale [2], la valeur du facteur d'imperfection α_{LT} est déterminée à partir du Tableau 6.3 du même paragraphe :

- $\alpha_{LT} = 0,76$

Le coefficient de réduction pour le déversement est calculé selon la formule (6.56) du paragraphe 6.3.2.2 de l'Eurocode 3 Partie 1-1 [1] :

$$\Phi_{LT} = 0,5[1 + \alpha_{LT}(\bar{\lambda}_{LT} - 0,2) + \bar{\lambda}_{LT}^2] = 0,5[1 + 0,76(1,295 - 0,2) + 1,295^2] = 1,755$$

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\Phi_{LT} + \sqrt{\Phi_{LT}^2 - \bar{\lambda}_{LT}^2}} = \frac{1}{1,755 + \sqrt{1,755^2 - 1,295^2}} = 0,340 \leq 1,0$$

Résistance de calcul de la poutre fléchie

La résistance de calcul de la poutre fléchie vis-à-vis du déversement est calculée à partir de l'expression (6.55) du paragraphe 6.3.2.1 de l'Eurocode 3 Partie 1-1 [1] :

$$M_{b,Rd} = \chi_{LT} \frac{W_{el,y} f_y}{\gamma_{M1}} = 0,340 \frac{1,717 \times 10^6 \times 355}{1,00 \times 10^6} = 207,4 \text{ kN.m}$$

La condition (6.54) du paragraphe 6.3.2.1 de la norme est vérifiée puisque l'on a :

$$\frac{M_{Ed}}{M_{b,Rd}} = \frac{202,5}{207,4} = 0,977 \leq 1,0$$

Ainsi, la poutre simplement fléchie est vérifiée vis-à-vis du déversement.

En réalisant les calculs à partir de l'expression du moment critique déterminée en négligeant l'influence des maintiens au gauchissement $M_{cr,GL}$, la valeur du moment résistant de la poutre serait $M_{b,Rd,GL} = 191,57$ kN.m. La condition (6.54) ne serait pas vérifiée dans ce cas.

La prise en compte des maintiens au gauchissement permet d'augmenter la valeur du moment résistant de plus de 8%.

Références

- [1] NF EN 1993-1-1 : Eurocode 3 – Calcul des structures en acier – Partie 1-1 : Règles générales et règles pour les bâtiments. Octobre 2005.
- [2] NF EN 1993-1-1/NA : Eurocode 3 – Calcul des structures en acier – Partie 1-1 : Règles générales et règles pour les bâtiments – Annexe nationale à la NF EN 1993-1-1. Août 2013.
- [3] Lebastard, M. ; Couchaux, M. ; Bureau, A. ; Hjiiaj, M. *Moment critique de déversement élastique d'une poutre partiellement maintenue au gauchissement sur appuis. Revue construction métallique* n° 1/2021.