

Flèche d'une poutre mixte due au retrait du béton

Le retrait est un phénomène physico-chimique se traduisant par un raccourcissement des éléments en béton. Pour une poutre mixte, le raccourcissement est empêché par la connexion, ce qui se traduit par une flèche additionnelle, qu'il peut être nécessaire de prendre en compte dans le dimensionnement. Cette fiche donne la méthode de calcul de cette flèche.

Introduction

Le retrait du béton est un phénomène par lequel l'eau qui n'est pas nécessaire à l'hydratation du ciment migre vers l'extérieur, ce qui entraîne une diminution des dimensions de l'élément en béton. Il intervient pendant la phase de durcissement du béton, dans les jours qui suivent le coulage (retrait endogène). Il perdure aussi dans le temps, après la prise du béton, jusqu'à l'atteinte d'un équilibre avec le milieu ambiant (retrait de dessiccation).

Le retrait augmente quand l'humidité du milieu ambiant diminue, il est donc plus important dans un bâtiment clos et couvert que dans une structure ouverte comme un parking aérien. Le retrait est aussi proportionnellement plus élevé quand l'épaisseur des éléments en béton est faible.



Il n'y a pas de retrait du béton dans un milieu ambiant saturé en eau (humidité relative de 100 %).

Quand les déformations de l'élément en béton sont bridées, le retrait est empêché, ce qui revient à appliquer un effort de traction dans l'élément pour s'opposer au raccourcissement. Dans le cas d'une poutre mixte, la dalle en béton est bridée par la connexion avec la poutrelle métallique. Un effort normal de traction se développe alors dans la dalle, équilibré par un effort de compression dans le profilé en acier, c'est-à-dire, compte tenu du bras de levier entre les centres de gravité, un moment qui fléchit la poutre vers le bas.

Pour la vérification des états limites de service, il peut être nécessaire de calculer la flèche additionnelle due à l'effet du retrait du béton dans la dalle (cf. **Figure 1**). Pour rappel, la flèche de retrait peut aisément être compensée par une contreflèche du profilé.

Cette fiche décrit la méthode de calcul pouvant être appliquée dans le cas d'une poutre simple isostatique sur deux appuis.

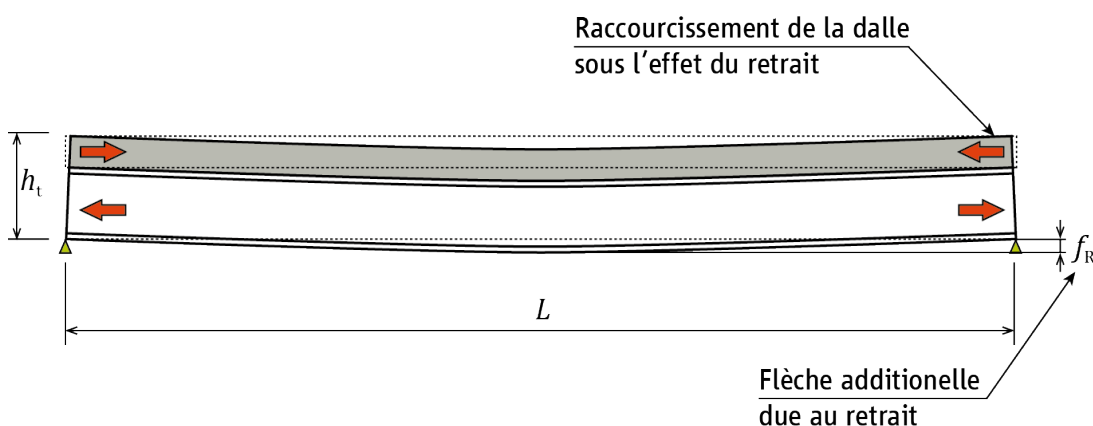


Figure 1 : Flèche d'une poutre mixte due au retrait du béton dans la dalle



Pour une poutre mixte, le retrait du béton se traduit aussi par des contraintes supplémentaires dans la dalle et dans le profilé. Lorsque les sections sont vérifiées en utilisant leur résistance élastique, il est nécessaire de tenir compte de ces contraintes pour le dimensionnement de la poutre. Cet aspect n'est pas traité dans la présente fiche.

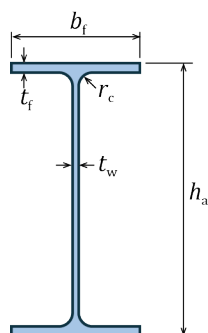
Prise en compte du retrait dans la norme NF EN 1994-1-1

La clause 7.3.1 (8) de la norme NF EN 1994-1-1 [1] permet de négliger l'effet du retrait sur le calcul des flèches quand le rapport de la portée sur la hauteur totale de la poutre est inférieur à 20. Dans les autres cas, il est nécessaire de calculer la flèche de retrait et de la cumuler avec les flèches dues aux autres charges.

La valeur forfaitaire de déformation totale finale du retrait est définie par l'Annexe C de la norme par $\varepsilon_{sh} = 325 \times 10^{-6}$, pour du béton normal dans un environnement sec, comme par exemple à l'intérieur d'un bâtiment clos couvert.

Présentation de l'exemple

On considère une poutre mixte isostatique de 14 m de portée ($L = 14$ m). La partie métallique est constituée par un profilé laminé IPE 450 en acier S275, dont les dimensions sont indiquées sur la **Figure 2**.



hauteur :	$h_a = 450$ mm
largeur :	$b_f = 190$ mm
épaisseur de semelle :	$t_f = 14,6$ mm
épaisseur de l'âme :	$t_w = 9,4$ mm
rayon du congé de raccordement :	$r_c = 21$ mm
aire :	$A_a = 98,8$ cm ²
inertie de flexion :	$I_a = 33\,740$ cm ⁴

Figure 2 : Profilé laminé IPE 450

La dalle est une dalle mixte sur bac collaborant de type Cofraplus 60, dont la hauteur vaut $h_p = 58$ mm. L'épaisseur totale de la dalle est de 120 mm ($t_d = 120$ mm). La hauteur de la dalle au-dessus des nervures du bac est donc donnée par : $t_c = t_d - h_p = 62$ mm.

Les nervures du bac sont orientées perpendiculairement à l'axe de la poutre. La connexion est assurée par des goujons soudés de diamètre 19 mm et de hauteur 100 mm. Un goujon est utilisé pour chaque nervure, ce qui conduit à un degré de connexion de $\eta = 0,658$ (cf. [3]).

Le béton de la dalle est de classe C25/30.

La poutre est une solive intermédiaire supportant un plancher, avec un entraxe aux poutres voisines de $e = 3$ m.

La largeur efficace de la dalle, calculée d'après le § 5.4.1.2 de la norme NF EN 1994-1-1, est obtenue par :

$$b_{\text{eff}} = b_0 + \sum b_{ei} \quad (1)$$

où : b_0 est la distance transversale séparant 2 connecteurs sur une même rangée, qui peut être prise égale à 0 pour les bâtiments selon la clause 5.4.1.2 (8) de la norme NF EN 1994-1-1 ;

b_{ei} est la largeur efficace de chaque côté de l'âme, qui pour une poutre isostatique est obtenue par :

$$b_{ei} = \min\{e/2; L/8\}$$

ce qui pour l'exemple traité, donne la valeur suivante :

$$b_{ei} = \min\{3 / 2; 14 / 8\} = 1,5 \text{ m}$$

et : $b_{eff} = 3 \text{ m}$

Propriétés du béton

Le module sécant d'élasticité du béton de classe C25/30 est donné par le Tableau 3.1 de la norme NF EN 1992-1-1 [2] : $E_{cm} = 31 \text{ GPa}$.

La résistance caractéristique à la compression du béton vaut : $f_{ck} = 25 \text{ MPa}$ et la résistance moyenne est donnée par : $f_{cm} = f_{ck} + 8 \text{ MPa} = 33 \text{ MPa}$.

Pour le calcul des propriétés de la section mixte, il convient au préalable de déterminer le coefficient d'équivalence pour les effets à long terme du retrait. Le coefficient d'équivalence est défini par la formule suivante, d'après la formule (5.6) de la norme NF EN 1994-1-1 :

$$n_{sh} = n_0 (1 + \psi_{sh} \varphi_t) \quad (2)$$

où : n_0 est le coefficient d'équivalence à court terme, défini par :

$$n_0 = \frac{E_a}{E_{cm}} = \frac{210}{31} = 6,77 \quad (3)$$

ψ_{sh} est le coefficient multiplicateur de fluage, qui doit être pris égal à $\psi_{sh} = 0,55$ pour le retrait ;

φ_t est le coefficient de fluage, qui peut être calculé suivant l'Annexe B de la norme NF EN 1992-1-1, par :

$$\varphi_t = \varphi_0 \beta_c(t, t_0) \quad (4)$$

φ_0 est le coefficient de fluage conventionnel, donné par :

$$\varphi_0 = \varphi_{RH} \beta(f_{cm}) \beta(t_0) \quad (5)$$

φ_{RH} est le facteur tenant compte de l'humidité relative :

$$\varphi_{RH} = 1 + \frac{1 - RH/100}{0,1 \sqrt[3]{h_0}} \quad (6)$$

RH est le taux d'humidité relative du milieu ambiant. Pour un bâtiment clos couvert, on adopte généralement $RH = 50\%$;

h_0 est le rayon moyen de l'élément en béton, en mm, défini par :

$$h_0 = \frac{2 A_c}{u} \quad (7)$$

A_c est l'aire de la section en béton, donnée par :

$$A_c = b_{eff} t_c = 3\,000 \times 62 = 186\,000 \text{ mm}^2$$

u est le périmètre de la section en béton en contact avec l'atmosphère. Compte tenu de la présence du bac métallique, seule la face supérieure de la dalle est en contact avec l'atmosphère, et : $u = 3000 \text{ mm}$.

Et le rayon moyen h_0 est égal à : $h_0 = 2 \times 186\,000 / 3000 = 62$ mm.



D'une manière générale, le rayon moyen d'une dalle mixte sur bac collaborant peut être pris égal à l'épaisseur de béton au-dessus des nervures du bac.

Le calcul de φ_{RH} peut être effectué :

$$\varphi_{RH} = 1 + \frac{1 - 50/100}{0,1 \sqrt[3]{62}} = 2,26$$

$\beta(f_{cm})$ est un facteur prenant en compte l'influence de la rigidité du béton, obtenu par :

$$\beta(f_{cm}) = \frac{16,8}{\sqrt{f_{cm}}} = \frac{16,8}{\sqrt{33}} = 2,92 \quad (8)$$

$\beta(t_0)$ est le coefficient tenant compte de l'âge t_0 du béton au moment du chargement, donné par la formule (9), dans laquelle t_0 est pris égal à 1 jour pour le chargement de retrait, conformément à la clause 5.4.2.2 (4) de la norme NF EN 1994-1-1 :

$$\beta(t_0) = \frac{1}{0,1 + t_0^{0,2}} = \frac{1}{0,1 + 1^{0,2}} = 0,909 \quad (9)$$

Finalement, le calcul de φ_0 est effectué :

$$\varphi_0 = 2,26 \times 2,92 \times 0,909 = 6,02$$

$\beta_c(t, t_0)$ est un coefficient qui rend compte du développement du fluage avec le temps. Il peut être calculé à l'aide de l'expression suivante, pour le temps t après le coulage du béton :

$$\beta_c(t, t_0) = \left[\frac{t - t_0}{\beta_H + t - t_0} \right]^{0,3} \quad (10)$$

β_H est un coefficient qui dépend de l'humidité relative et du rayon moyen. Pour un béton avec $f_{cm} \leq 35$ MPa, il est obtenu par :

$$\beta_H = 1,5 (1 + (0,012 RH)^{18}) h_0 + 250 \leq 1500 \quad (11)$$

$$\beta_H = 1,5 (1 + (0,012 \times 50)^{18}) \times 62 + 250 = 343$$

De manière conservative, $\beta_c(t, t_0)$ peut être pris égal à 1, ce qui correspond à un temps t infini. Dans ce cas, le coefficient de fluage φ_t est égal à φ_0 .

Le coefficient d'équivalence acier-béton à prendre en compte pour le calcul des effets du retrait est égal à :

$$n_{sh} = 6,77 \times (1 + 0,55 \times 6,02) = 29,2$$



Cette valeur est significativement plus élevée que la valeur conventionnelle adoptée pour les effets à long terme, c'est dire $3 n_0 = 20,3$. Comme le montre cette fiche, le calcul de la flèche peut être effectué avec l'une de ces deux valeurs, le résultat final étant peu impacté par ce choix. Le calcul est détaillé pour la valeur théorique $n_{sh} = 29,2$.

Propriétés de la section mixte

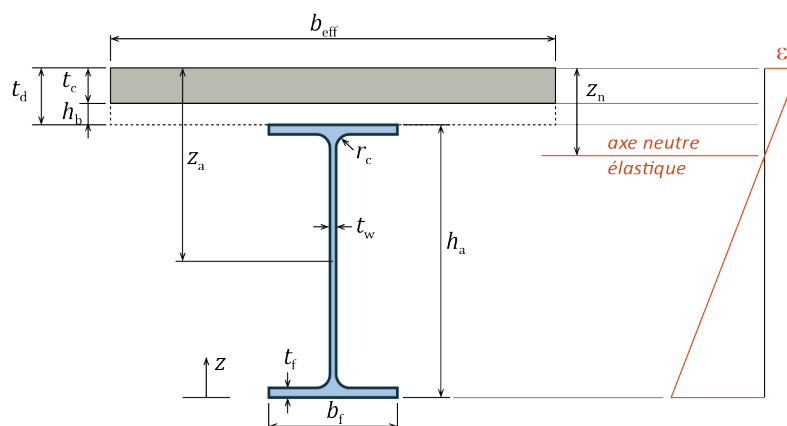


Figure 3 : Propriétés élastiques d'une section mixte acier-béton

En admettant que l'axe neutre élastique est situé en dehors de la dalle, la position z_n de cet axe par rapport à la fibre supérieure de la section (cf. **Figure 3**) peut être calculée à partir de la formule suivante (d'après le formulaire en annexe de l'article [3]) :

$$z_n = z_a \frac{A_a}{A_h} + \frac{b_{eff} t_c^2}{2 n_{sh} A_h} \quad (12)$$

où : z_a est la position du centre de gravité du profilé, donné par :

$$z_a = h_a / 2 + t_d = 450 / 2 + 120 = 345 \text{ mm}$$

A_a est l'aire du profilé métallique, soit $A_a = 9\,880 \text{ mm}^2$

A_h est l'aire homogénéisée de la section mixte, obtenue par :

$$A_h = A_a + \frac{b_{eff} t_c}{n_{sh}} = 9\,880 + \frac{3\,000 \times 62}{29,2} = 16\,250 \text{ mm}^2$$

Le calcul est effectué :

$$z_n = 345 \times \frac{9\,880}{16\,250} + \frac{3\,000 \times 62^2}{2 \times 29,2 \times 16\,250} = 222 \text{ mm}$$

$z_n \geq t_c$: on vérifie donc bien l'hypothèse d'un axe neutre situé en dehors de la section en béton. L'inertie de flexion homogénéisée de la section mixte peut alors être calculée à partir de la formule suivante (d'après le formulaire de [3]) :

$$I_h = I_a + A_a (z_a - z_n)^2 + \frac{b_{eff} t_c}{3 n_{sh}} [t_c^2 + 3 z_n (z_n - t_c)] \quad (13)$$

Soit le calcul suivant (unités en cm) :

$$I_h = 33\,740 + 98,8 (34,5 - 22,2)^2 + \frac{300 \times 6,2}{3 \times 29,2} [6,2^2 + 3 \times 22,2 \times (22,2 - 6,2)]$$

$$I_h = 72\,129 \text{ cm}^4$$

Calcul de la flèche additionnelle due au retrait dans le cas d'une poutre isostatique

Le rapport entre la portée et la hauteur totale de la poutre vaut :

$$\frac{L}{h_a + t_d} = \frac{14}{0,45 + 0,12} = 24,6$$

Ce rapport est supérieur à 20 : le calcul de la flèche de retrait est donc nécessaire.

L'effort normal de traction agissant dans la dalle sous l'effet du retrait du béton se calcule par la formule suivante :

$$N_{sh} = b_{eff} t_c \varepsilon_{sh} \frac{E_a}{n_{sh}} \quad (14)$$

Soit, pour l'exemple traité, la valeur suivante :

$$N_{sh} = 3\,000 \times 62 \times 325 \times 10^{-6} \times \frac{210\,000}{29,2 \times 1000} = 435 \text{ kN}$$

Le bras de levier entre le point d'application de la charge de retrait et le centre de gravité de la section mixte est égal à : $\Delta z = z_n - t_c / 2 = 222 - 62 / 2 = 191 \text{ mm}$.

Le moment de flexion équivalent peut finalement être calculé par la formule suivante :

$$M_{sh} = N_{sh} \Delta z = 435 \times 0,191 = 83 \text{ kNm} \quad (15)$$

Pour une poutre isostatique soumise à un moment fléchissant constant, la flèche peut être calculée par la formule suivante (d'après le cas A15 dans le formulaire de RDM [4]) :

$$f_R = \frac{M_{sh} L^2}{8 E_a I_h} = \frac{83 \times 14^2 \times 10}{8 \times 210\,000 \times 72\,129 / 100} = 13,4 \text{ mm} \quad (16)$$

Soit $L/1045$.



En considérant une valeur forfaitaire du coefficient d'équivalence égale à $3 n_0 = 20,3$, on obtiendrait les valeurs suivantes :

$$\begin{aligned} N_{sh} &= 625 \text{ kN} \\ M_{sh} &= 102 \text{ kNm} \\ I_h &= 80\,881 \text{ cm}^4 \\ f_R &= 14,7 \text{ mm} \end{aligned}$$

Références

- [1] **NF EN 1994-1-1** : Eurocode 4 – Calcul des structures mixtes acier-béton – Partie 1 : Règles générales et règles pour les bâtiments. AFNOR. Juin 2005.
- [2] **NF EN 1992-1-1** : Eurocode 2 – Calcul des structures en béton – Partie 1 : Règles générales et règles pour les bâtiments. AFNOR. Octobre 2005.
- [3] **P-O. Martin** – Calcul d'une poutre mixte sur appuis simples suivant l'EN 1994-1-1. *Revue construction métallique 2018-2*, pp 79-102
- [4] **P-O. Martin** – [Formulaire RDM pour les poutres simples](#) – Blog Métalétech – Mars 2021.